**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 1 по теме: «Цилиндр, конус и шар»**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 1**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку умений находить площадь поверхности цилиндра, конуса, сферы и уметь применять их при решении задач |
| 2 | Источник КИМ | Геометрия. Дидактические материалы к учебнику Л.С.Атанасян.11 класс. М.: Просвещение, 2019  Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ https://sdamgia.ru/ (дата доступа: 27.08.2019) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 6 заданий.  По уровню сложности Б – 3, П-3  Максимальный первичный балл – 9 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 9 баллами. Каждое правильно выполненное задание 1-3 оценивается 1 баллом. Задания 4,5 и 6 оцениваются согласно критериям, максимум 2 балла. Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 2.1.3 | |  | | --- | | Иметь представление о развертке цилиндра площади поверхности цилиндра, уметь применять их при решении задач | | 1 |
| 2 | Б | 2.1.3 | Иметь представление о развертке конуса, площади поверхности конуса, уметь применять их при решении задач | 1 |
| 3 | Б | 2.1.3  2.2.3 | Иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач | 1 |
| 4 | П | 2.1.3 | Иметь представление о развертке цилиндра площади поверхности цилиндра, уметь применять их при решении задач | 2 |
| 5 | П | 2.1.3 | Иметь представление о развертке конуса, площади поверхности конуса, уметь применять их при решении задач | 2 |
| 6 | П | 2.1.3  2.2.3 | Иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач | 2 |
| Итого | | | | 9 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

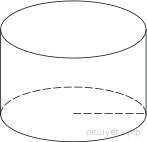
***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 4,5 и 6 оцениваются в соответствии с критериями.

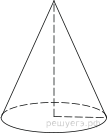
Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

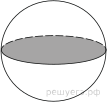
**Желаем успеха!**

1. Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на





1. Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



1. Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.
2. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна16π см2. Найдите площадь поверхности цилиндра.
3. Высота конуса 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 1200. Найдите:
   1. Площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 300;
   2. Площадь боковой поверхности конуса.
4. Диаметр шара равен 2m. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 450 к нему. Найдите длину линии пересечения сферы с этой плоскостью.

**Вариант 2**

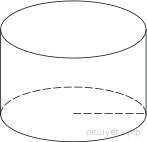
***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 4,5 и 6 оцениваются в соответствии с критериями.

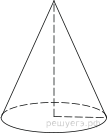
Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

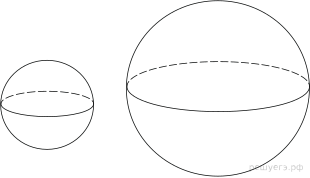


1. Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



1. Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на





1. Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

4. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь поверхности цилиндра.

5. Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 300. Найдите:

* 1. площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 600;
  2. площадь боковой поверхности конуса.

6. Диаметр шара равен 4m. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 300 к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

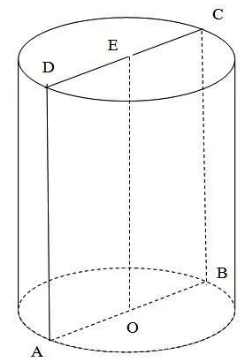
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 9 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 12 | 6 |
| 2 | 4,5 | 144 |
| 3 | 12 | В 4 раза |

**Решения и указания к оцениванию заданий 4,5 и 6**

**Вариант 1**

**4.** Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь основания цилиндра равна16π см2. Найдите площадь поверхности цилиндра.

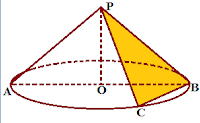
Решение:

Из формулы S=πR² выразим радиус: R= == =4см.  
Т. к. осевое сечение - квадрат, следовательно, высота цилиндра равна h=8 см. 2) Полная площадь поверхности цилиндра находится по формуле:  
S полн = 2πRh+2S осн = 2π⋅4⋅8+2⋅16π=64π+32π=96π см².

Ответ: S полн = 96π см².

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена либо вычислительная ошибка, либо неверно найдена высота, или радиус основания цилиндра | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** Высота конуса 6 см, угол при вершине осевого сечения равен 1200. Найдите:

* 1. Площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 300;
  2. Площадь боковой поверхности конуса.

Решение: из условия угол АРВ равен 120 градусам, значит, угол ОРВ равен 60 градусам, а угол РВО – 30 градусов. По свойству катета, лежащего против угла, равного 30 градусам РО = 0,5 РВ. Образующая РВ = 2⋅РО = 12см.

а) Найдём площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие РВ и РС, угол между которыми равен 30º. Площадь треугольника РВС равна половине произведения двух сторон РВ и РС на синус угла между ними. Синус же 30 градусов равен 0,5. То есть получаем

SРВС = 0,5⋅12⋅12⋅0,5 =36 см2.

б) Найдём площадь боковой поверхности конуса. Для этого надо знать радиус конуса. Его найдём из треугольника РВО по теореме Пифагора

R2= ОВ2= РВ2 – ОР2 = 144 – 36 = 108, R=6 .

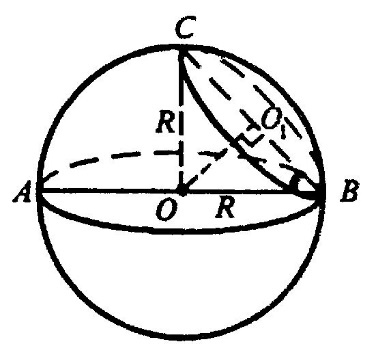
Sбок = πRl =π⋅6  ⋅12 = 72⋅π см2.

Ответ а) 36.

            б) 72⋅π см2

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка, или решена половина задачи | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** Диаметр шара равен 2m. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 450 к нему. Найдите длину линии пересечения сферы с этой плоскостью.

Решение: Рассмотрим прямоугольный треугольник СВО, у которого катеты СО и ВО равны радиусу шара, и пересекаются под углом 900.

Тогда гипотенузу ВС, соединяющая концы диаметров шара и являющаяся диаметром сечения определим через катет и угол между плоскостью и диаметром.

= =.

ВС = = = m см.

Тогда длина линии пересечения будет равна длине окружности диаметром ВС.

L =π⋅D = π⋅ m см.

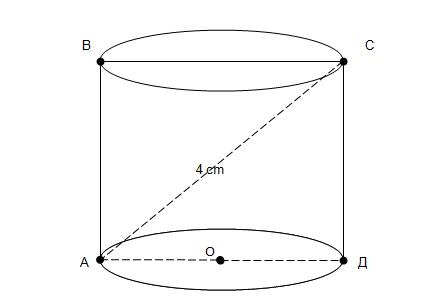
Ответ: Длина линии пересечения равна π⋅ m см.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка, или недостаточно пояснений | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 4,5 и 6**

**Вариант 2**

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого 4 см. Найдите площадь поверхности цилиндра.

Решение: так как, по условию, диагональным сечением есть квадрат, то его диагональ АС делит его на два равнобедренных прямоугольных треугольника, у которых углы при основании АС равны 450.

Из треугольника АСД определим длину катета АД, который равен диаметру окружности в основании цилиндра.

= .

АД = АСCos45.

АД = 4 = 2 ⋅ см.

Радиус окружности ОА будет равен: ОА = = 2⋅ = см.

Определим площадь основания цилиндра.

Sосн = π⋅ ОА2 = π⋅2 см2.

Определим площадь боковой поверхности цилиндра.

Sбок = 2π⋅ОА⋅АВ = 2π⋅ ⋅ 2 ⋅ = 8 πсм2.

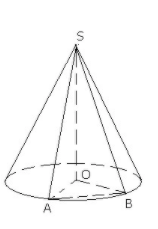
Полная площадь поверхности цилиндра равна:

Sпол = 2Sосн + Sбок =2π⋅2 +8 π = 12π см2.

Ответ: Площадь цилиндра равна 12π см2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена либо вычислительная ошибка, либо неверно найдена высота, или радиус основания цилиндра | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

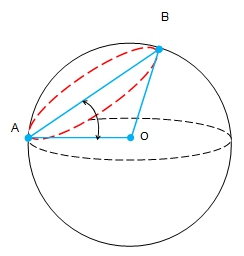
**5.** Радиус основания конуса равен 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 300. Найдите:

1. площадь сечения конуса плоскостью, проходящей через две образующие, угол между которыми 600;
2. площадь боковой поверхности конуса.

Решение: 1) ΔSOB: ∠O = 90°, ∠B = 30°, OB = 6 см,   
            cos 30° = , SB= = = = 4см - образующая.  
  
2) ΔASB: AS = SB = 4, ∠ASB = 60°  ⇒ = SA⋅ SB⋅sin 60° =  
=⋅4⋅4⋅ =12см²  
  
Sбок = πRl = π⋅OB⋅SB = π⋅6⋅4= 24π (cм²)

Ответ: 24π cм²

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка, или решена половина задачи | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

6. Диаметр шара равен 4m. Через конец диаметра проведена плоскость под углом 300 к нему. Найдите площадь сечения шара этой плоскостью.

Решение: построим радиус ОВ. Треугольник АОВ равнобедренный, так как ОА = ОВ = R.

Угол ОАВ, по условию, равен 300, тогда угол ОВА = ОАВ = 300, угол АОВ = (180 – 30 – 30) = 1200.

ОА = ОВ = = = 2m м.

В равнобедренном треугольнике АОВ, по теореме косинусов: АВ2 = ОА2 + ОВ2 – 2ОА ⋅ ОВ ⋅ Cos120 = 4m2 + 4m2 – 2 ⋅ 2m ⋅ 2m ⋅ (-) = 8 + 4 = 12m2.

АВ = 2м.

АВ есть диаметр сечения, тогда его радиус равен: r = = = m .

Тогда площадь сечения равна: Sсеч = π⋅r2 m2= 3πm2 м2.

Ответ: Площадь сечения равна 3 πm2 м2.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка, или недостаточно пояснений | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы №2 по теме: «Объёмы тел»**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 2**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку умений владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач |
| 2 | Источник КИМ | Геометрия. Дидактические материалы к учебнику Л.С.Атанасян.11 класс. М.: Просвещение, 2019  Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ https://sdamgia.ru/ (дата доступа: 27.08.2019) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 5 заданий.  По уровню сложности Б – 2, П-3  Максимальный первичный балл – 9 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 9 баллами. Каждое правильно выполненное задание 1-2 оценивается 1 баллом. Задания 3,4 и 5 оцениваются согласно критериям, максимум 3 балла. Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 2.2.1  2.2.2 | |  | | --- | | Владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач | | 1 |
| 2 | Б | 2.2.1 | Владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач | 1 |
| 3 | П | 2.2.1  2.2.2 | Владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач | 2 |
| 4 | П | 2.2.1  2.2.2  2.1.6 | Владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач | 2 |
| 5 | П | 2.2.1  2.2.2 | Владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач | 3 |
| Итого | | | | 9 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

***Инструкция по выполнению работы***

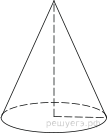
Работа содержит 5 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 3,4 и 5 оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

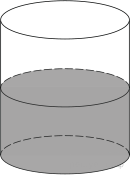
**Желаем успеха!**

1. Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в три раза?



1. Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на



1. В цилиндрический сосуд налили 2000 см3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см3.
2. В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен 2а, а прилежащий угол равен 300. Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол в 450. Найдите объём цилиндра.

5. Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 600. Найдите объём пирамиды

**Вариант 2.**

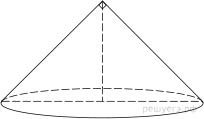
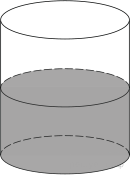
***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 5 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 3,4 и 5 оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

1. Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.
2. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите объем конуса, деленный на π. а прилежащий угол равен 300.
3. В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.
4. В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен 2*а*, а прилежащий угол равен 300. Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол в 450. Найдите объём конуса.
5. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в 600. Найдите объём пирамиды.

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

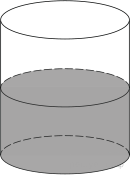
|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 9 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

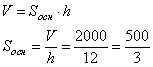
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | В 27 раз | 12см |
| 2 | 64 | 9 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 3,4 и 5**

**Вариант 1**

**3.** В цилиндрический сосуд налили 2000 см3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см3.

Решение: для вычисления объема детали нужно вычислить разность объемов после и до погружения. Начальный объем воды составлял 2000 см3 воды и уровень воды составлял 12 см. Тогда из формулы объема цилиндра следует, что



После погружения детали площадь основания остается прежней, а высота стала на 9 см больше и составила 12+9=21 см. Получаем объем воды

 см3

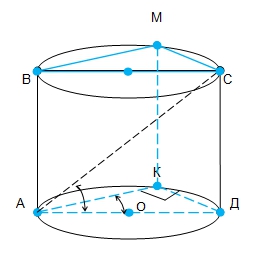
и объем детали

 см3.

Ответ: 1500см3

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**4.** В цилиндр вписана призма. Основанием призмы служит прямоугольный треугольник, катет которого равен 2а, а прилежащий угол равен 300. Диагональ большей боковой грани призмы составляет с плоскостью её основания угол в 450. Найдите объём цилиндра.

Решение: так как вписанная в цилиндр призма в основании имеет прямоугольный треугольник АКД, то его гипотенуза АД есть диаметр окружности цилиндра.

В прямоугольном треугольнике АКД, угол ДАК = 300, АК = 2 а см, тогда Cos300 = .

АД = = = см.

R = ОА = = см.

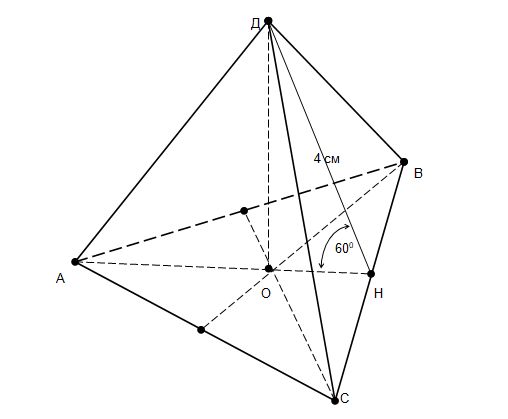
В прямоугольном треугольнике АСД угол САД, по условию, равен 450, тогда треугольник АСД прямоугольный и равнобедренный, СД = АД = см.

Определим объем цилиндра.

V = Sосн h = π R2  СД = π = π см3.

Ответ: π см3.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** Апофема правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а двугранный угол при основании равен 600. Найдите объём пирамиды

Решение: двугранный угол при основании есть линейный угол ДНА между апофемой и высотой АН треугольника в основании пирамиды. Треугольник ДОН прямоугольный, угол ОДН = (90 – 60) = 300. Тогда катет ОН лежит против угла 300, а значит, ОН = = = 2 см.

Тогда ДО2 = ДН2 - ОН2 = 16 - 4 = 12. ДО = 2 см

Так как АВС равносторонний, то медианы АН в точке О делится в отношении ОА: ОН = 2: 1.

Тогда ОА = 2⋅ОН = 2⋅2 = 4 см, АН = ОА + ОН = 4 + 2 = 6см.

В прямоугольном треугольнике АНС СН =. Пусть СН = Х см, тогда АС = 2 Х см.

По теореме Пифагора, 4Х2 = АН2 + Х2.

3Х2 = 36.

Х2 = 36: 3 = 12.

Х = СН = 2√3 см, тогда СВ = 2СН = 4√3 см.

Определим площадь основания пирамиды. Sосн = = = 12 √3 см2.

Определим объем пирамиды.

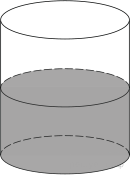
V = Sосн ⋅ ДО == 24 см3.

Ответ: 24 см3

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 3 |
| Допущена вычислительная ошибка | 2 |
| Неверно найден двугранный угол | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 3,4 и 5**

**Вариант 2.**

**3.** В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

Решение: объем детали соответствует объему, вычисленному по разности высот жидкостей после и до погружения. Условно можно принять начальный уровень жидкости h=1, тогда после погружения она стала равна  и объем детали равен:

,

где  - площадь основания цилиндра, которую найдем из начального объема:

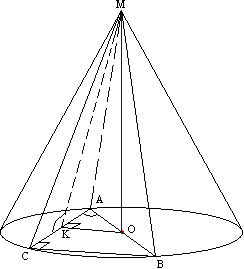
,

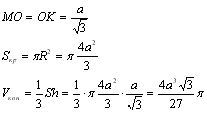
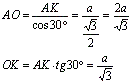
получаем объем детали

.

Ответ: 3.

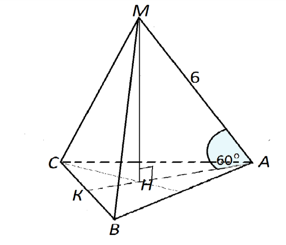
|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**4.** В конус вписана пирамида. Основанием пирамиды служит прямоугольный треугольник, катет которого равен 2*а*, а прилежащий угол равен 300. Боковая грань пирамиды, проходящая через данный катет, составляет с плоскостью основания угол в 450. Найдите объём конуса.

**Решение:** рассмотрим треугольник АВС - основание. Вспомним: если вписанный в окружность угол равен 90 градусов, то он опирается на диаметр. Поэтому гипотенуза АВ является диаметром. Из центра окружности - точки опустим перпендикуляр на катет АС. Точка К разделит АС пополам по теореме Фалеса. Поэтому АК=а.  
Из прямоугольного треугольника АОК:  
  
Соединим точки К и М. МК перпендикулярна АС по теореме о трех перпендикулярах. Угол МКО есть линейный угол двугранного угла между плоскостью АСМ и плоскостью основания. Треугольник МОК прямоугольный и равнобедренный (острый угол 45 градусов), поэтому:

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 6 см и составляет с плоскостью основания угол в 600. Найдите объём пирамиды.

Решение: Δ АВС – равносторонний.  
Вершина пирамиды проектируется в точку Н.  
Н– центр вписанной и описанной окружности.  
В прямоугольном треугольнике MНA: НA= =3  
(катет против угла в 30 ° равен половине гипотенузы).  
По теореме Пифагора MН2=MA2–НA2=62 –32=27  
MН=3см.  
  
Пусть сторона треугольника АВС равна a.  
R= – выражение радиуса (описанного около правильного треугольника через сторону).  
  
**=**3 ⇒ a=3см SΔ ABC=a·a·sin60o=  
  
При найденном значении а=3см  
SΔ ABC= см2 V=·Sосн.·H=·SΔ ABC·H=· ·3 =

Ответ:

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Выполнены все вычисления, получен верный ответ | 3 |
| Допущена вычислительная ошибка | 2 |
| Неверно найден радиус описанной окружности | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | 3 |

**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы №3 по теме: «Метод координат в пространстве»**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 3**

по учебному предмету «Математика. Геометрия» 11 класс

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку умений применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач |
| 2 | Источник КИМ | Геометрия. Дидактические материалы к учебнику Л.С.Атанасян.11 класс. М.: Просвещение, 2019  Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ https://sdamgia.ru/ (дата доступа: 27.08.2019) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 6 заданий.  По уровню сложности Б – 3, П-3  Максимальный первичный балл – 9 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 9 баллами. Каждое правильно выполненное задание 1-3 оценивается 1 баллом. Задания 4,5 и 6 оцениваются согласно критериям, максимум 2 балла. Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 2.4.1  2.4.2 | Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач  Применять формулу расстояния между точками при решении задач | 1 |
| 2 | Б | 2.4.1  2.4.3 | |  | | --- | | Владеть понятиями векторы и их координаты  Уметь выполнять операции над векторами  Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | | 1 |
| 3 | Б | 2.4.1  2.4.2 | Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач  Применять формулу расстояния между точками при решении задач | 1 |
| 4 | П | 2.4.1  2.4.2  2.4.3 | Владеть понятиями векторы и их координаты  Уметь выполнять операции над векторами  Использовать скалярное произведение векторов при решении задач  Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | 2 |
| 5 | П | 2.4.1  2.4.2  2.4.3 | Использовать скалярное произведение векторов при решении задач  Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | 2 |
| 6 | П | 2.4.1  2.4.2  2.4.3 | Использовать скалярное произведение векторов при решении задач  Применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач | 2 |
| Итого | | | | 9 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 4,5 и 6 оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

1. На оси *х* найдите точку С(*х*;0;0), равноудаленную от двух точек А (1;2;3) и В (-2;1;3).

1. При каком значении *р* данные векторы перпендикулярны:

{2; -1;3} и {1;3; *р*}.

1. Определите вид треугольника АВС, если А (2;7;0), В (1;5;4), С (4; -3;1).
2. Вычислите скалярное произведение векторов и, если , , .

5. Вычислите угол между прямыми АВ и СД, если А (6; -8; -2), В (5; -8; -1), С (7; -7; -9),

Д (7; -5; -11).

1. Дан куб АВСДА1В 1С 1Д 1. Найдите угол между векторами и , где М – середина ребра ДД1.

**Вариант 2.**

***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. За правильно выполненные преобразования и полученный верный ответ ставится – 1 балл. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Задания 4,5 и 6 оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

1. На оси *у* найдите точку М (0; *у*;0), равноудаленную от двух точек А (-4;2;6) и

В (2;4;6).

1. При каком значении *m* данные векторы перпендикулярны: {*m*;3; -2} и {4;2; -1}.
2. Определите вид треугольника АВС, если А (2;0;7), В (3;4; -1), С (1;0;3).
3. Вычислите скалярное произведение векторов и, если ,

,

5. Вычислите угол между прямыми АВ и СД, если А (1; 0; 2), В (2; 1; 0), С (0; -2; -4),

Д (-2; -4; 0).

6. В кубе АВСДА 1В1С1Д1 найдите угол между векторами .

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 9 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 0 | 0 |
| 2 |  | - |
| 3 | Прямоугольный, | Произвольный |

**Решения и указания к оцениванию заданий 3,4 и 5**

**Вариант 1**

**4.**  Вычислите скалярное произведение векторов и, если , , .

Решение: поскольку вектор, также, то из этого следует, что = 0, = 0.

Также известно, что = |⋅ | ⋅ cos 60° = ||.

Теперь умножим скалярно и , найдя произведение их значений, если ,

= ()⋅() = 2||2 – + 4 -2||2 – 2 + = 2||2 + 3 -2||2 – 0 – 0 =

= 2||2 + 3 || || - 2|2.

Теперь подставим в полученное выражение значения ||=2 и ||=3.

= 2||2 + 3 || || - 2 ||2 = 2 ⋅22 + ⋅ 2 ⋅ 3 – 2 ⋅ 32 = 8 + 9 – 18 = -1.

Ответ: скалярное произведение векторов m и n равно -1.

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** Вычислите угол между прямыми АВ и СД, если А (6; -8; -2), В (5; -8; -1), С (7; -7; -9),

Д (7; -5; -11).

Решение:

1) Найдем координаты вектора  и

Найдем длину =

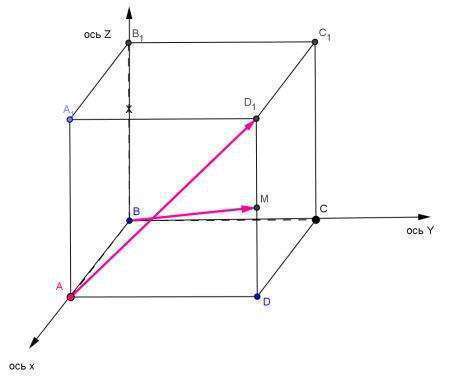
длину =

2) Найдем скалярное произведение векторов

3) Найдем косинус угла между ними

Значит α=

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** Дан куб АВСДА1В 1С 1Д 1. Найдите угол между векторами и , где М – середина ребра ДД1.

Решение: поместим куб АВСДА1В 1С 1Д 1 в прямоугольную систему координат

Рассмотрим систему координат ВА -ось ОХ,

ВС -ось ОУ и ВВ₁ - ось ОZ  
пусть ребро куба равно "а" тогда  
А₁(а;0;а), А (а;0;0), В( 0;0;0), М ( а; а, 0,5а) Д₁ (а; а; а)  
1) Найдём координаты векторов  
 и   
2) Найдём их длины  
| = 0²+а² +а² = 2а² тогда | =а  
| |² = а²+а² +0,25а² = 2,25а² тогда | | =1,5а  
3) cosα = =   
тогда α = ( это угол между векторами)

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 3,4 и 5**

**Вариант 2**

**4.**  Вычислите скалярное произведение векторов и, если , ,

Решение: поскольку вектор, также, то из этого следует, что = 0, = 0.

Также известно, что = |⋅ | ⋅ cos 60° = ||.

Теперь умножим скалярно и , найдя произведение их значений, если,

= ()⋅() = 2||2 – - +2||2 + -2 = 2||2 -5 +2||2 – 0 – 0 = 2||2 || || + 2|2.

Теперь подставим в полученное выражение значения ||=2 и ||=3.

= 2||2 -5 || || + 2 ||2 = 2 ⋅32 + ⋅ 2 ⋅ 3 + 2 ⋅ 22 = 18 + 15 + 8 = 41.

Ответ: скалярное произведение векторов m и n равно 41.

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** Вычислите угол между прямыми АВ и СД, если А (1; 0; 2), В (2; 1; 0), С (0; -2; -4),

Д (-2; -4; 0).

Решение:

1) Найдем координаты вектора и

Найдем длину =

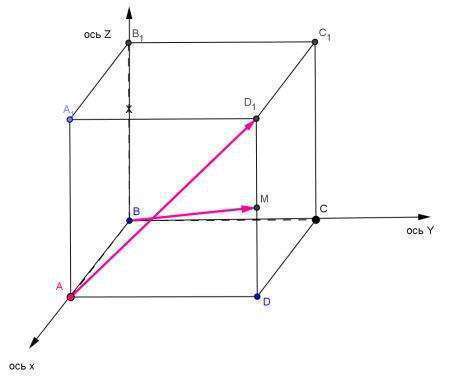
длину =

2) Найдем скалярное произведение векторов

3) Найдем косинус угла между ними

Значит α=

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** В кубе АВСДА 1В1С1Д1 найдите угол между векторами .

Решение: поместим куб АВСДА1В 1С 1Д 1 в прямоугольную систему координат

Рассмотрим систему координат ВА -ось ОХ,

ВС -ось ОУ и ВВ₁ - ось ОZ  
пусть ребро куба равно "а" тогда  
А₁(а;0;а), С (0;а;0), Д( а;а;0), С₁ (0; а; а)  
1) Найдём координаты векторов  
 и   
2) Найдём их длины  
| = а²+0² +(-а)² = 2а² тогда | =а  
| |² = (-а)²+а² +(-а)² = 3а² тогда | | =а  
3) cosα = =   
тогда α = ( это угол между векторами)

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Все выполнено верно | 2 |
| Допущена вычислительная ошибка | 1 |
| Не верно выполнено задание | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |