**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 1 по теме: «**Четырехугольники**»**

по учебному предмету «Геометрия» 8 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 1**

по учебному предмету «Геометрия» в 8 классе

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку знаний учащихся о четырехугольниках и их свойствах; умений строить фигуры, симметричные относительно точки или прямой, оформлять задачи в письменной форме. |
| 2 | Источник КИМ | Контрольные работы по геометрии: 8 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцеваи др. «Геометрия 7-9» / Мельникова Н.Б. 2019. Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ  URL: <https://oge.sdamgia.ru/> (дата доступа: 27.08.2020) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 6 заданий.  По уровню сложности Б – 4, П - 2  Максимальный первичный балл – 8 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 8 баллами. Каждое правильно выполненное задание оценивается согласно критериям, максимум 2 балла.  Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Критерии оценивания контрольных работ.**

**Оценка «5»** ставится, если учащийся набрал за работу 7 - 8 баллов.

**Оценка «4»** ставится, если учащийся набрал за работу 5 – 6 баллов.

**Оценка «3»** ставится, если учащийся набрал за работу 4 балла.

**Оценка «2»** ставится, если учащийся набрал за работу менее 4 баллов.

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 6.5  6.6 | Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение | 1 |
| 2 | Б | 6.6 | Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение | 1 |
| 3 | Б | 7.1.6 | Строить геометрические модели с использованием геометрических понятий и фактов | 1 |
| 4 | Б | 6.6  6.8 | Строить геометрические модели с использованием геометрических понятий и фактов, находить значения геометрических величин | 1 |
| 5 | П | 6.5 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений | 2 |
| 6 | П | 6.5  6.8 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений | 2 |
| Итого | | | | 8 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

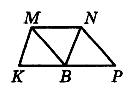
***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 задания, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданию 1.**1(1). На рисунке KMNP – трапеция, BN || КМ, ВМ || NP, MN = NP, MN ≠ КМ. Укажите верные утверждения:  
1) KMNB – параллелограмм;  

2) KMNB – ромб;

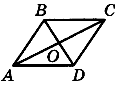
3) MNPB – ромб;

4) ∠KBM = ∠MBN;

  5) ∠MBN = ∠NBP.

**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 2 и 3.**2(1). Диагонали прямоугольника ABCD пересекаются в точке О. Найдите периметр треугольника AOD, если АВ = 9, ВС = 12, BD = 15.  
3(1). Начертите произвольный треугольник DEF, на стороне DE отметьте точку А, не являющуюся ее серединой. Постройте фигуру, симметричную треугольнику DEF относительно точки А.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 4–6.**4(1). На рисунке ABCD – ромб, ∠ABC = 140°. Найдите углы треугольника COD.

  
5(2). Одна из сторон параллелограмма в 3 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 32 см.

6(2). В параллелограмме *ABCD* диагональ *AC* в 2 раза больше стороны *AB* и ∠ACD = 21°. Найдите меньший угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2.**

***Инструкция по выполнению работы***

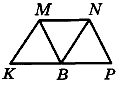
Работа содержит 6 задания, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданию 1.**1(1). На рисунке KMNP – трапеция, BN || КМ, ВМ || NP, MN = КМ, MN ≠ NP. Укажите верные утверждения:

  
1) KMNB – параллелограмм;

2) KMNB – ромб;

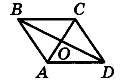
3) MNPB – ромб;

4) ∠KBM = ∠MBN;

5) ∠MBN = ∠NBP.

**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 2 и 3.**2(1). Диагонали прямоугольника ABCD пересекаются в точке О. Найдите периметр треугольника АОВ, если AD = 15, CD = 8, АС = 17.  
3(1). Начертите прямоугольник МРОК. Постройте фигуру, симметричную ему относительно прямой ОМ.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 4–6.**4(1ё). На рисунке ABCD – ромб, ∠BAD = 100°. Найдите углы треугольника AOD.

  
5(2). Одна из сторон параллелограмма в 4 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 30 см.

6(2). В параллелограмме *ABCD* диагональ *AC* в 2 раза больше стороны *AB* и ∠*ACD* = 63°. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

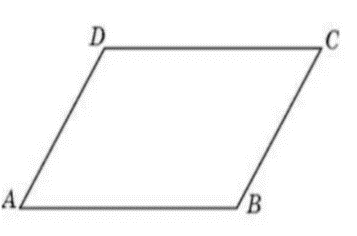
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 8 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 1,3,5 | 1,2,4 |
| 2 | 27 | 25 |
| 3 | К-1 Геометрия 8 Атанасян Вариант 1 | Геометрия 8 Атанасян К-1 В-2 |
| 4 | 700, 200, 900 | 500, 400, 900 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 5 и 6**

**Вариант 1**

**5**. Одна из сторон параллелограмма в 3 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 32 см.

Решение: пусть меньшая сторона параллелограмма- х см,

тогда большая сторона - 3х см. Периметр равен 32см. Получаем уравнение (х+3х)⋅2=32  
х+3х=32:2  
х+3х=16  
4х=16  
х=16:4

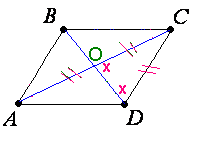
х=4

4см - меньшая сторона параллелограмма.

Ответ: 4 см

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** В параллелограмме *ABCD* диагональ *AC* в 2 раза больше стороны *AB* и ∠ACD = 21°. Найдите меньший угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

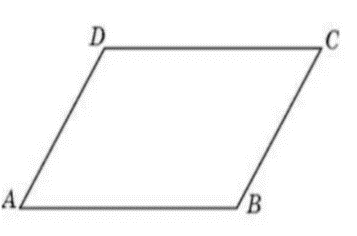
Решение:   
CD = AB (по свойству параллелограмма)  
AC = 2 AB = 2 CD (по условию задачи)  
Диагонали точкой пересечения O делятся пополам

СО = 1/2 АС = CD.  
Рассмотрим ∆ COD равнобедренный, сумма углов 180о  
Обозначим ∠СОД= х, тогда   
х + х + ∠ACD = 1800  
2х = 1800 – ∠ACD  
2х = 1800 – 210  
2х = 1590  
х = 79,50  
79,50 меньший угол между диагоналями параллелограмма  
Ответ: 79,50

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Вариант 2**

**5**. Одна из сторон параллелограмма в 4 раза больше другой. Найдите длину меньшей стороны, если периметр параллелограмма равен 30 см.

Решение: пусть меньшая сторона параллелограмма- х см,

тогда большая сторона - 4х см. Периметр равен 30см. Получаем уравнение (х+4х)⋅2=30  
х+4х=30:2  
х+4х=15  
5х=15  
х=15:5

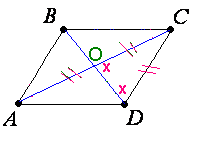
х=3

3см - меньшая сторона параллелограмма.

Ответ: 3см

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

**6.** В параллелограмме *ABCD* диагональ *AC* в 2 раза больше стороны *AB* и ∠*ACD* = 63°. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Решение:   
CD = AB (по свойству параллелограмма)  
AC = 2 AB = 2 CD (по условию задачи)  
Диагонали точкой пересечения O делятся пополам

СО = 1/2 АС = CD.  
Рассмотрим ∆ COD равнобедренный, сумма углов 180о  
Обозначим ∠СОД= х, тогда   
х + х + ∠ACD = 1800  
2х = 1800 – ∠ACD  
2х = 1800 – 630  
2х = 1170  
х = 58,50  
58,50 меньший угол между диагоналями параллелограмма  
Ответ: 58,50

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 2 по теме: «**Теорема Пифагора. Площадь**»**

по учебному предмету «Геометрия» 8 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы №2**

по учебному предмету «Геометрия» в 8 классе

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку умений вычислять площади фигур, применяя изученные свойства и формулы, применять теорему Пифагора, оформлять задачи в письменной форме. |
| 2 | Источник КИМ | Контрольные работы по геометрии: 8 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцеваи др. «Геометрия 7-9» / Мельникова Н.Б. 2019. Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ  URL: <https://oge.sdamgia.ru/> (дата доступа: 27.08.2020) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 5 заданий.  По уровню сложности Б – 2, П - 3  Максимальный первичный балл – 8 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 8 баллами. Каждое правильно выполненное задание оценивается согласно критериям, максимум 2 балла.  Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Критерии оценивания контрольных работ.**

**Оценка «5»** ставится, если учащийся набрал за работу 7 - 8 баллов.

**Оценка «4»** ставится, если учащийся набрал за работу 5 – 6 баллов.

**Оценка «3»** ставится, если учащийся набрал за работу 4 балла.

**Оценка «2»** ставится, если учащийся набрал за работу менее 4 баллов.

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 6.13 | Решать расчётные задачи | 1 |
| 2 | Б | 6.3  6.5 | Решать расчётные задачи | 1 |
| 3 | П | 6.3 | Решать расчётные задачи, находить значения геометрических величин. Осуществлять расчёты по формулам | 2 |
| 4 | П | 6.3  6.5  6.13 | Решать расчётные задачи, находить значения геометрических величин. Осуществлять расчёты по формулам | 2 |
| 5 | П | 6.3  6.6 | Решать расчётные задачи, находить значения геометрических величин. Осуществлять расчёты по формулам | 2 |
| Итого | | | | 8 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 5 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

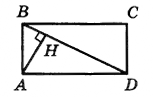
**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданию 1.**1(1). Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.

  
1) 24; 2) 48; 3) 14; 4) 30.

**Часть 2. Запишите ответ к заданию 2.**2(1). Стороны прямоугольника 5 см и 12 см. Чему равна диагональ?

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 3–5.**3(2). Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а высота, проведенная к основанию, 9 см. Найдите основание треугольника.  
4(2). Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее основания равны 5 см и 17 см, а боковая сторона равна 10 см.

5(2). На рисунке ABCD – прямоугольник, AH⊥BD, сторона АВ в 3 раза меньше стороны ВС. Найдите АН, если BD = 20.



**Вариант 2.**

***Инструкция по выполнению работы***

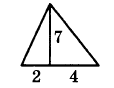
Работа содержит 5 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

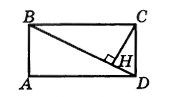
**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданию 1.**1°. Используя данные, указанные на рисунке, найдите площадь треугольника.

  
1) 42; 2) 13; 3) 21; 4) 28.

**Часть 2. Запишите ответ к заданию 2.**2°. Одна из сторон прямоугольника равна 8 см, а диагональ 17 см. Чему равна вторая сторона прямоугольника?

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 3–5.**3°. Найдите сторону ромба, если его диагонали равны 12 см и 16 см.  
4. Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее меньшее основание равно 7 см, боковая сторона – 13 см, высота – 12 см.

5. На рисунке ABCD – прямоугольник, CH⊥BD, сторона АВ в 3 раза меньше диагонали. Найдите СН, если ВС = 20.



**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 8 |

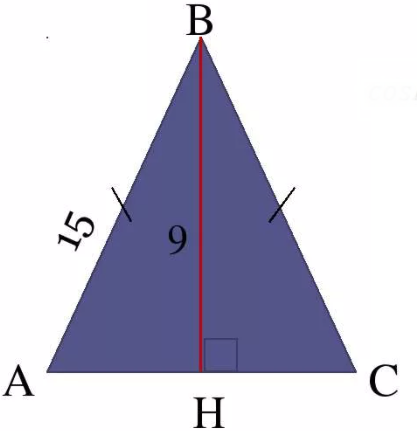
**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 1 | 3 |
| 2 | 13 см | 15 см |

**Решения и указания к оцениванию заданий 3,4 и 5**

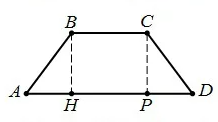
**Вариант 1**

**3**. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 15 см, а высота, проведенная к основанию, 9 см. Найдите основание треугольника.

Решение: обозначим данный по условию треугольник АВС, АВ = ВС = 15 см, высота ВН = 9 см.  
Высота ВН делит данный по условию равнобедренный треугольник на два равных (по трём сторонам) прямоугольных треугольника. Рассмотрим один их них - треугольник АНВ и найдём катет АН:  
AН = = = = 12 (см).  
АН = СН значит АС = 2⋅АН = 24 (см).  
Ответ: основание треугольника равно 24 см.

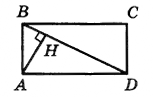
|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**4.** Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее основания равны 5 см и 17 см, а боковая сторона равна 10 см.

Решение: рассмотрим треугольник ABН. Так как в равнобедренном треугольнике высота перпендикулярна основанию, то угол AНB - прямой, значит треугольник ABН прямоугольный.  
Воспользуемся теоремой Пифагора:  
AB2= AН2+ ВН2  
102= 62+ BН2  
BН2 = 102- 62

BН = 8  
8 см - высота трапеции ABCD  
S =   
S =   
  
Ответ: 88 см2

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.** На рисунке ABCD – прямоугольник, AH⊥BD, сторона АВ в 3 раза меньше стороны ВС. Найдите АН, если BD = 20.

Решение: рассмотрим ΔАВД: ∠Д=900. Обозначим АВ=х Тогда АD=3⋅х

По т. Пифагора x2 + (3x)2=202

10 x2= 400

х2= 40

x=2, значит АВ=2, АД=6.

Рассмотрим треугольники DBA и ABH: ∠А=∠Н, ∠В–общий, следовательно ΔАВДΔАВН (по двум углам). Из подобия треугольников следует, что

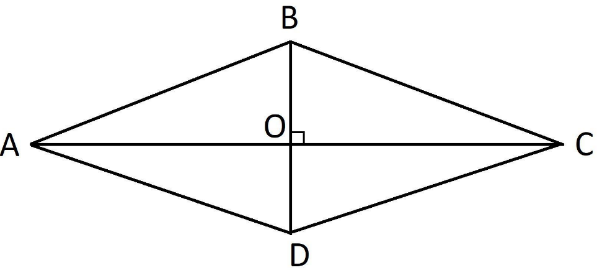
Тогда АН=

Ответ: АН=6

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Вариант 2**

**3**. Найдите сторону ромба, если его диагонали равны 12 см и 16 см.

Решение: Ромб с проведёнными диагоналями представляет собой 4 одинаковых прямоугольных треугольника (по свойству). Катеты каждого — это половинки диагоналей (по свойству).

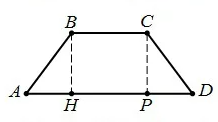
соответственно ВО=ОД==6 и АО=ОС==8, а узнать надо длинну гипотенузы. Воспользуемся теоремой Пифагора в ΔАОВ: АО2+ОВ2=АВ2

АВ2=62+82=36+64=100 значит АВ=10см.

Ответ: сторона ромба равна 10 см.

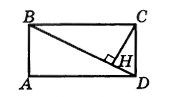
|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**4.** Найдите площадь равнобедренной трапеции, если ее меньшее основание равно 7 см, боковая сторона – 13 см, высота – 12 см.

Решение: рассмотрим треугольник ABН. Так как в равнобедренном треугольнике высота перпендикулярна основанию, то угол AНB - прямой, значит треугольник ABН прямоугольный.  
Воспользуемся теоремой Пифагора:  
AB2= AН2+ ВН2  
132= АН2+ 122  
АН2 = 132- 122

АН = 5 основание АД=АН+НР+РД, (АН=РД из равенства треугольников ВАН и СРД)  
5+7+5=17 см – основание АД трапеции ABCD  
S =   
S =   
  
Ответ: 144 см2

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**5.**  На рисунке ABCD – прямоугольник, CH⊥BD, сторона АВ в 3 раза меньше диагонали. Найдите СН, если ВС = 20.

Решение: рассмотрим ΔСВД: ∠С=900. Обозначим СД=х Тогда ВD=3⋅х

По т. Пифагора x2 + 202= (3x)2

8 x2= 400

х2= 50

x=5, значит СД=5, ВД=15.

Рассмотрим треугольники DBС и СBH: ∠С=∠Н, ∠В–общий, следовательно ΔСВДΔСВН (по двум углам). Из подобия треугольников следует, что

Тогда СН=

Ответ: СН=

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 3 по теме:** «Подобные треугольники»

по учебному предмету «Геометрия»

8 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 3**

По учебному предмету «Геометрия» в 8 классе

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку умений применять признаки подобия треугольников, решать задачи на подобие треугольников и оформлять задачи в письменной форме, применять все изученные формулы, значения синуса, косинуса и тангенса, метрические соотношения при решении задач,  теоремы о средней линии треугольника и точке пересечения медиан треугольника |
| 2 | Источник КИМ | Контрольные работы по геометрии: 8 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцеваи др. «Геометрия 7-9» / Мельникова Н.Б. 2019. Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ  URL: <https://oge.sdamgia.ru/> (дата доступа: 27.08.2020) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 6 заданий.  По уровню сложности Б – 4, П - 2  Максимальный первичный балл – 8 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 8 баллами. Каждое правильно выполненное задание оценивается согласно критериям, максимум 2 балла.  Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Критерии оценивания контрольных работ.**

**Оценка «5»** ставится, если учащийся набрал за работу 7 - 8 баллов.

**Оценка «4»** ставится, если учащийся набрал за работу 5 – 6 баллов.

**Оценка «3»** ставится, если учащийся набрал за работу 4 балла.

**Оценка «2»** ставится, если учащийся набрал за работу менее 4 баллов.

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 6.4 | Решать расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношениями | 1 |
| 2 | Б | 6.2 | Решать расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношениями | 1 |
| 3 | Б | 7.2.1 | Решать расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношениями, пропорциональностью величин | 1 |
| 4 | Б | 6.3 | Решать задачи на нахождение длин, углов, площадей фигур | 1 |
| 5 | П | 7.2.9 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений | 2 |
| 6 | П | 6.4 | Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений | 2 |
| Итого | | | | 8 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 задания, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

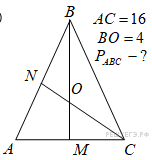
**Желаем успеха!**

**ВАРИАНТ 1**

**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.**1(1). В прямоугольнике ABCD угол АСВ равен β, диагональ равна 12. Найдите сторону АВ.  
1) 12 cos β;   2) 12 sin β;   3) 12 tg β;   4) 12/sin β.

2(1). В треугольнике BCD угол С – прямой, BD = 13 м, ВС = 12 м. Найдите длину средней линии МК, если М ∈ BD, К ∈ ВС.  
1) 5;   2) 6;   3) 6,5;   4) 2,5.

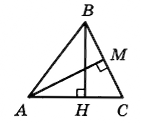
**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 3 и 4.**3(1). На рисунке точки  *M* и *N* — основания медиан равнобедренного треугольника АВС. Найдите периметр треугольника АВС, если основание АС равно 16, ВО=4.



4(1). В равнобедренном треугольнике основание равно 20, а угол между боковыми сторонами равен 120°. Найдите высоту, проведенную к основанию.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.**

5(2). На рисунке отрезки AM и ВН являются высотами треугольника АВС. Докажите, что треугольники СВН и САМ подобны.

  
6(2). В прямоугольном треугольнике BCD из точки М, лежащей на гипотенузе ВС, опущен перпендикуляр MN на катет BD. Найдите синус угла В, если MN = 12, CD = 18, МС = 8.

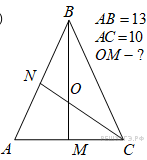
**ВАРИАНТ 2**

**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.**

1(1). Диагональ прямоугольника ABCD равна 16, угол CBD равен α. Найдите сторону ВС.  
1) 16 cos α;   2) 16 sin α;   3) 16 tg α;   4) 14/cos α.

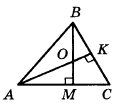
2(1). В треугольнике BDE угол D – прямой, BD = 9 м, DE = 12 м. Найдите длину средней линии РМ, если М ∈ DE, Р ∈ BD.  
1) 4,5;   2) 6;   3) 7,5;   4) 15.

**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 3 и 4.**3(1). На рисунке точки  *M* и *N* — основания медиан равнобедренного треугольника АВС. Найдите длину отрезка ОМ, если основание АС равно 10, АВ=13.

  
4(1). Найдите основание равнобедренного треугольника, если угол при основании равен 30°, а высота, проведенная к основанию, равна 10.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.**

5(2). На рисунке отрезки AК и ВМ являются высотами треугольника АВС. Докажите, что треугольники ВОК и ВСМ подобны.



6(2). В треугольнике АВС прямая, параллельная стороне ВС, пересекает высоту АН в точке К и сторону АС в точке М. Найдите косинус угла С, если МК = 16, СН = 20, МС = 5.

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 8 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 3 |
| 3 | 36 | 4 |
| 4 | 10/√3 | 20√3 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 5 и 6**

**Вариант 1**

5. На рисунке отрезки AM и ВН являются высотами треугольника АВС. Докажите, что треугольники СВН и САМ подобны.

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерий оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Доказательство:  Так как АМ и ВН - высоты, то ∠АМС = ∠ВНС = 90°. В треугольниках СВН и САМ ∠С – общий, значит △СВН~△САМ по двум равным углам.  ЧТД |  |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| **Максимальный балл** | **2** |

6. В прямоугольном треугольнике BCD из точки М, лежащей на гипотенузе ВС, опущен перпендикуляр MN на катет BD. Найдите синус угла В, если MN = 12, CD = 18, МС = 8.

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерий оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| B Дано: △BCD –прямоугольный, ∠ВDС = 90°,  MN ┴ BD, MN = 12, CD = 18, МС = 8 N M   Найти: **sin**В D C  Решение: ∠BNM = ∠ВDС = 90°, а они являются соответственные, образованные при пересечении прямых NM и DC секущей BD, значит NM||DC. Тогда ∠BMN = ∠ВСD, как соответственные углы при пересечении параллельных прямых NM и DC секущей BС. Следовательно, △ BNM ~△ ВDС по двум равным углам.  k= DC:NM  k=18:12=1,5. Отсюда BC:BM=1,5 ВС=BM+8, тогда (BM+8):BM=1,5 BM=16.  sinВ= sinВ= =  Ответ: |  |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| **Максимальный балл** | **2** |

**Решения и указания к оцениванию заданий 5 и 6**

**Вариант 2**

5. На рисунке отрезки AК и ВМ являются высотами треугольника АВС. Докажите, что треугольники ВОК и ВСМ подобны.

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерий оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Доказательство:  Так как АК и ВМ - высоты, то ∠ВМС = ∠ВКО = 90°. В треугольниках ВСМ и ВОК ∠В – общий, значит △ ВОК ~△ ВСМ по двум равным углам.  ЧТД |  |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| **Максимальный балл** | **2** |

6. В треугольнике АВС прямая, параллельная стороне ВС, пересекает высоту АН в точке К и сторону АС в точке М. Найдите косинус угла С, если МК = 16, СН = 20, МС = 5.

|  |  |
| --- | --- |
| **Критерий оценивания выполнения задания** | **Баллы** |
| Дано: △ АВС, КМ||ВC, АН-высота, КМ∩АН=К,  КМ∩АС=М, МК = 16, СН = 20, МС = 5.  Найти: cosС Решение: Так как КМ||ВC, то ∠АКM = ∠АНС = 90° и ∠НСА = ∠КМА как соответственные, образованные при пересечении параллельных прямых КM и ВC секущими АН и АС, следовательно, △ АКM ~△ АНС по двум равным углам.  k= НС:КM  k=20:16=1,25. Отсюда АC:АM=1,25 АС=АM+5, тогда (АM+5):АM=1,25 АM=20.  АС=20+5=25.  cosС = cosС = =  Ответ: |  |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| **Максимальный балл** | **2** |

**Комплект контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы № 4 по теме: «**Окружность**»**

по учебному предмету «Геометрия» 8 класс

**Раздел 1. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения контрольной работы №4**

по учебному предмету «Геометрия» в 8 классе

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **п/п** | **Раздел** | **Примерное содержание** |
| 1 | Назначение КИМ | Работа направлена на проверку знаний об окружности и ее свойствах, умение строить вписанную и описанную окружности; оформлять задачи в письменной форме. |
| 2 | Источник КИМ | Контрольные работы по геометрии: 8 класс: к учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцеваи др. «Геометрия 7-9» / Мельникова Н.Б. 2019. Каталог по типам и темам / СДАМ ГИА: РЕШУ ОГЭ  URL: <https://oge.sdamgia.ru/> (дата доступа: 27.08.2020) |
| 3 | Характеристика структуры и содержания КИМ | КИМ состоит из 6 заданий.  По уровню сложности Б – 4, П - 2  Максимальный первичный балл – 8 |
| 4 | Продолжительность работы | На выполнение работы отводится 40 минут |
| 5 | Дополнительные материалы и оборудование | Дополнительные материалы и оборудование: линейка |
| 6 | Система оценивания | Правильно выполненная работа оценивается 8 баллами. Каждое правильно выполненное задание оценивается согласно критериям, максимум 2 балла.  Задание считается выполненным верно, если обучающийся записал правильный ответ. Задание считается невыполненным в следующих случаях:  - записан неправильный ответ;  - записаны два и более ответа, даже если среди них указан и правильный ответ;  - ответ не записан.  На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы, подсчитывается общий балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале. |

**Критерии оценивания контрольных работ.**

**Оценка «5»** ставится, если учащийся набрал за работу 7 - 8 баллов.

**Оценка «4»** ставится, если учащийся набрал за работу 5 – 6 баллов.

**Оценка «3»** ставится, если учащийся набрал за работу 4 балла.

**Оценка «2»** ставится, если учащийся набрал за работу менее 4 баллов.

**Обобщенный план работы**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровень задания | Контролируемый элемент содержания | Проверяемые умения и способы деятельности | Максимальный балл за выполнение задания |
| 1 | Б | 6.12 | Решать задачи на нахождение углов. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение; выполнять чертежи по условию задачи | 1 |
| 2 | Б | 6.9 | Решать задачи на нахождение углов. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение | 1 |
| 3 | Б | 6.3  6.10 | Решать задачи на нахождение длин. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи | 1 |
| 4 | Б | 6.9 | Решать задачи на нахождение длин. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи | 1 |
| 5 | П | 6.3  6.9 | Решать задачи на нахождение длин. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение | 2 |
| 6 | П | 6.10  6.12 | Решать задачи на нахождение длин. Распознавать геометрические фигуры на плоскости, определять их взаимное расположение | 2 |
| Итого | | | | 8 |

**Раздел 2. Текст КИМ**

**Вариант 1.**

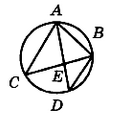
***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 6 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

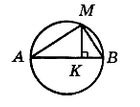
**Желаем успеха!**

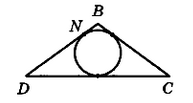
**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.**1(1). К окружности с центром О проведены касательные СА и СВ (А и В – точки касания). Найдите ∠AOC, если ∠ACB = 50°.  
1) 25°; 2) 50°; 3) 40°; 4) 65°.

2(1). На рисунке ∠C = 30°, ∠AEC = 110°. Найдите ∠CBD.  
1) 30°;   2) 40°;   3) 110°;   4) 140°.

**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 3 и 4.**3(1). Прямоугольный треугольник с катетами 12 см и 16 см вписан в окружность. Найдите ее радиус.  
4(1). Хорды АВ и CD пересекаются в точке Е. Найдите длину отрезка АЕ, если он в 2 раза меньше отрезка BE, СЕ = 8, DE = 9.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.**5(2). На рисунке АВ – диаметр окружности, МК ⊥ АВ. Найдите длину хорды AM, если АК = 9 см, ВК = 3 см.

  
6(2). Треугольник DBC – равнобедренный с основанием DC. Его периметр равен 34 см, BD = 10 см. Найдите длину отрезка BN (N – точка касания вписанной окружности со стороной DB).



**Вариант 2.**

***Инструкция по выполнению работы***

Работа содержит 5 заданий, на выполнение которых отводится 40 минут (один урок). Все необходимые вычисления и преобразования производятся в тетради для контрольных работ. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Все задания оцениваются в соответствии с критериями.

Задания можно выполнять в любом порядке. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов. Для получения удовлетворительной отметки необходимо набрать 4 первичных баллов.

**Желаем успеха!**

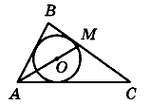
**Часть 1. Запишите номера верных ответов к заданиям 1 и 2.**1(1). К окружности с центром О проведены касательные МК и МР (К и Р – точки касания). Найдите ∠KMP, если ∠KOM = 70°.  
1) 70°;   2) 20°;   3) 40°;   4) 140°.

2(1). На рисунке ∠M = 55°, ∠KNM = 60°. Найдите ∠ABM.

1) 65°;   2) 60°;   3) 55°;   4) 115°.

**Часть 2. Запишите ответ к заданиям 3 и 4.**3(1). В окружности с радиусом 7,5 см проведены диаметр АС и хорда АК, равная 9 см. Найдите длину хорды СК.  
4(1). Две хорды одной окружности пересекаются в точке, делящей одну хорду на отрезки 2 см и 16 см, а другую – на отрезки, один из которых в 2 раза больше другого. Найдите длину второй хорды.

**Часть 3. Запишите обоснованное решение задач 5 и 6.**5(2). Найдите периметр треугольника АВС, изображенного на рисунке, если точка О – центр вписанной окружности, ВМ = 6 см, МС = 8 см, АС = 12 см.



6(2). Треугольник МРК равнобедренный, его основание МК равно 16 м, а периметр равен 52 м. Найдите длину отрезка АР (А – точка касания вписанной окружности со стороной МР).

**Раздел 3. Ключи для проверки**

**Оценивание отдельных заданий**

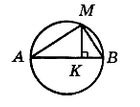
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Итого |
| Баллы | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 8 |

**Ответы к заданиям с кратким ответом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Задание | Ответ | |
| Вариант 1 | Вариант 2 |
| 1 | 4 | 3 |
| 2 | 2 | 1 |
| 3 | 10 см | 12 см |
| 4 | 6 | 12 см |

**Решения и указания к оцениванию заданий 5 и 6**

**Вариант 1**

**5.** На рисунке АВ – диаметр окружности, МК ⊥ АВ. Найдите длину хорды AM, если АК = 9 см, ВК = 3 см.

Решение: ∠АМВ вписанный, опирается на полуокружность, значит

∠АМВ = 90°. ΔАМВ-прямоугольный.

МК - высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, значит

МК² = АК · ВК (по свойству пропорциональных отрезков в прямоугольном треугольнике).

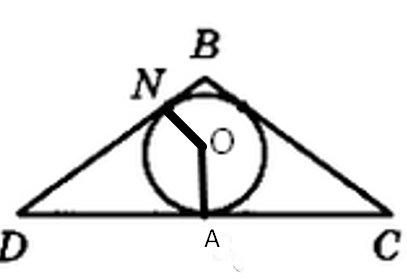
МК² = 9 · 3 = 27

Из прямоугольного треугольника АМК по теореме Пифагора:

АМ = = = = 6см

Ответ: АМ=6.

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** Треугольник DBC – равнобедренный с основанием DC. Его периметр равен 34 см, BD = 10 см. Найдите длину отрезка BN (N – точка касания вписанной окружности со стороной DB).

Решение: 1) DC= 34 - (10 ⋅2) =14 см

2) ОА радиус, проведенный к стороне DC, он также совпадает с медианой треугольника DBC, тогда DА=7см=DN (как касательные проведенные из одной точки), тогда NB=10 -7 = 3см

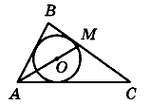
Ответ: 3 см

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**Решения и указания к оцениванию заданий 5 и 6**

**Вариант 2**

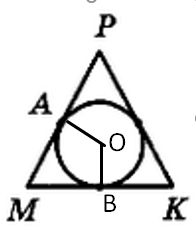
**5.**  Найдите периметр треугольника АВС, изображенного на рисунке, если точка О – центр вписанной окружности, ВМ = 6 см, МС = 8 см, АС = 12 см.

Решение: АМ-биссектриса угла ВАС треугольника АВС (центр вписанной окружности-точка пересечения биссектрис углов треугольника)  
Биссектриса делит сторону треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам) т.е. , АВ=

Р(АВС) = АВ+ВС+АС = 9 + (6+8) + 12 = 35см

Ответ: 35 см

|  |  |
| --- | --- |
| **Указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |

**6.** Треугольник МРК равнобедренный, его основание МК равно 16 м, а периметр равен 52 м. Найдите длину отрезка АР (А – точка касания вписанной окружности со стороной МР).

Решение: 1) МР=РК= =18 м

2) ОВ радиус, проведенный к стороне МК, он также совпадает с медианой треугольника МРК, тогда МB=8 м=АМ (как касательные проведенные из одной точки), тогда РА=18 -8=10 м

Ответ: 10 м

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение и указания к оцениванию** | **Баллы** |
| Получен верный обоснованный ответ | 2 |
| При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |
| *Максимальный балл* | 2 |